

Lösungen Mathe-Selbsteinschätzung

Bei den Ankreuzaufgaben wird – mit Ausnahme der Aufgaben 10a und 10c – jedes richtig an- oder nicht angekreuzte Kästchen mit einem Punkt bewertet.

Lösung 1: (5+5=10 Punkte)

a) Es ist $(a+1)(2-a) = a(2-a) + 2-a = 2a-a^2+2-a = a+2-a^2$, also

☐ a^2+2a+2 , ☒ $a(2-a)+2-a$, ☐ $3a-a^2+2$, ☐ $2a-a^2+1$, ☒ $a+2-a^2$.

b) Binomische Formeln: $2(1+2y)^2 = 2(1^2+2\cdot 1\cdot 2y+(2y)^2) = 2(1+4y+4y^2) = 2+8y+8y^2$, also

☐ $2+4y^2$, ☐ $2+4y+8y^2$, ☒ $2+8y+8y^2$, ☐ $2+8y+4y^2$, ☐ $1+4y^2$.

Lösung 2: (4+6=10 Punkte)

a) Klammert man ein x aus, so gilt

$$x^2-3x=0 \iff x(x-3)=0$$

Nach dem Satz vom Nullprodukt ist dann $x_1=0$ und $x_2=3$, also $\mathbb{L}=\{0;3\}$.

b) *Mit der abc-Formel:* Es ist $a=1$, $b=1$ und $c=-6$. Dann sind die Lösungen

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot (-6)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}.$$

Es folgt $x_1 = \frac{4}{2} = 2$ und $x_2 = \frac{-6}{2} = -3$, also $\mathbb{L} = \{2; -3\}$.

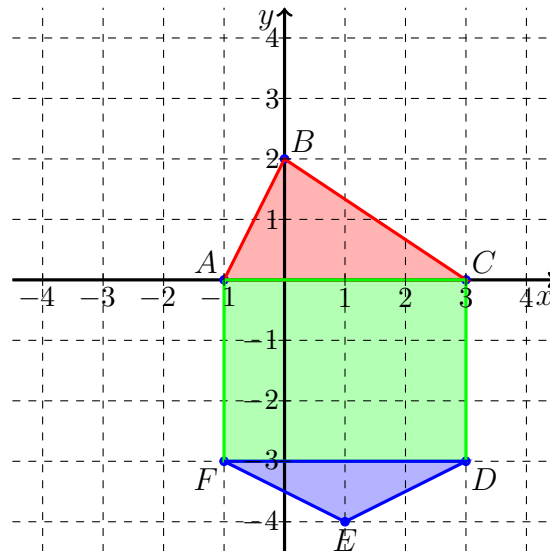
Mit der pq-Formel: Es ist $p=1$ und $q=-6$. Dann sind die Lösungen

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2-4q}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4\cdot (-6)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = -\frac{-1 \pm 5}{2}.$$

Es folgt $x_1 = \frac{4}{2} = 2$ und $x_2 = -\frac{6}{2} = -3$.

Lösung 3:**(3+7=10 Punkte)**

a) Es gibt 0,5 Punkte für jeden richtig eingezeichneten Punkt.



b) Die Fläche besteht aus dem roten und dem blauen Dreieck (jeweils 2,5 Punkte für die richtige Fläche) und dem grünen Rechteck (2 Punkte). Also ist der Flächeninhalt

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 18.$$

Lösung 4:**(5+5=10 Punkte)**

a) Rechne die Potenzen zusammen und kürze

$$\frac{a^3 \cdot (b^2)^3 \cdot a^{-1}}{(a^2 \cdot b)^2} = \frac{a^3 \cdot b^{2 \cdot 3}}{a^{2 \cdot 2} \cdot b^2 \cdot a} = \frac{a^3 \cdot b^6}{a^5 \cdot b^2} = \frac{b^4}{a^2}.$$

Also

$$\square \quad b^4, \quad \boxtimes \quad \frac{b^4}{a^2}, \quad \square \quad \frac{b^2}{a^4}, \quad \square \quad \frac{a^2}{b^2}, \quad \boxtimes \quad \frac{a^3 \cdot b^6}{a^5 \cdot b^2}.$$

b) In der Potenzschreibweise ist $\sqrt{x^4 + x^2} = (x^4 + x^2)^{\frac{1}{2}}$.Auch noch richtig ist für $x \geq 0$ die folgende Rechnung:

$$\sqrt{x^4 + x^2} = \sqrt{x^2(x^2 + 1)} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2 + 1} = x\sqrt{x^2 + 1}.$$

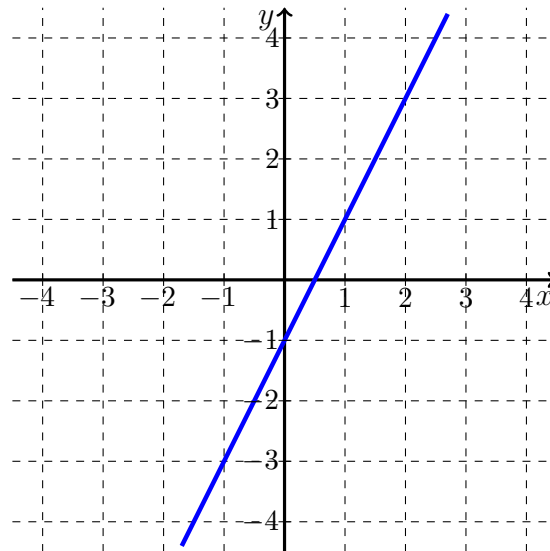
Also

$$\square \quad x^2 + x, \quad \boxtimes \quad (x^4 + x^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \boxtimes \quad x\sqrt{x^2 + 1}, \quad \square \quad 2x^2, \quad \square \quad x^3 + x.$$

Lösung 5:

(4+4+2=10 Punkte)

a)



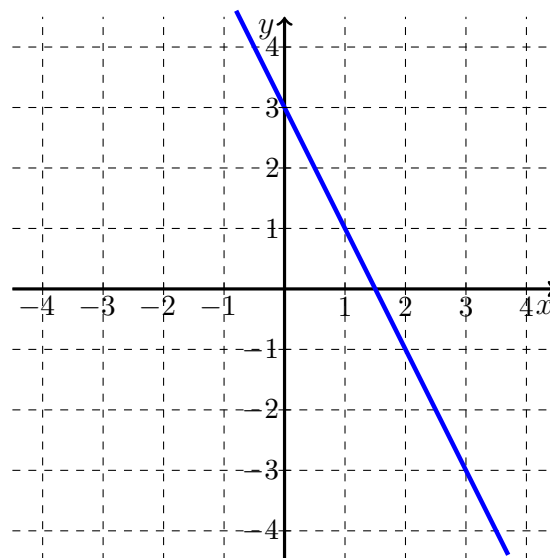
b) Für die richtige Berechnung von m bzw. b gibt es jeweils 2 Punkte. Die Steigung ist

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{1 - 0} = -2.$$

Der Achsenabschnitt ist $b = 3$, also

$$y = -2x + 3.$$

c) Skizze:



Lösung 6:**(2+4+4= 10 Punkte)**

Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180° , also ist

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

Es gilt

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}} = \frac{a}{c} = \frac{a}{6} \quad \Longleftrightarrow \quad a = 6 \cdot \sin(30^\circ) = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}} = \frac{b}{c} = \frac{b}{6} \quad \Longleftrightarrow \quad b = 6 \cdot \cos(30^\circ) = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \quad (= 5,2).$$

Lösung 7:**(5+5=10 Punkte)**

Es gibt 5 Punkte für x_1 und 5 für x_2 . Die erste Gleichung umgestellt nach x_2 ist

$$x_2 = 2x_1 - 1.$$

Eingesetzt in die zweite Gleichung erhält man

$$x_1 - 3(2x_1 - 1) = -7 \quad \Longleftrightarrow \quad x_1 - 6x_1 + 3 = -7 \quad \Longleftrightarrow \quad -5x_1 = -10 \quad \Longleftrightarrow \quad x_1 = 2.$$

Aus der ersten Gleichung folgt $x_2 = 2 \cdot 2 - 1$, also $x_2 = 3$.

Lösung 8:**(4+6=10 Punkte)**

a) Kürze richtig:

$$\frac{3a^2 + 2a}{2a} = \frac{a(3a + 2)}{2a} = \frac{3a + 2}{2}$$

Auch noch richtig ist dann

$$\frac{3a + 2}{2} = \frac{3a}{2} + \frac{2}{2} = 1,5a + 1.$$

Also

$$\boxed{\times} \quad 1,5a + 1, \quad \square \quad 3a^2 + 1, \quad \boxed{\times} \quad \frac{3a + 2}{2}, \quad \square \quad 3a^2.$$

b) Addiere die beiden Brüche, dann vereinfache:

$$\frac{1}{3} + \frac{1+x}{x} = \frac{x}{3x} + \frac{3(1+x)}{3x} = \frac{x + 3(1+x)}{3x} = \frac{x + 3 + 3x}{3x} = \frac{3 + 4x}{3x}.$$

Also

$$\square \quad \frac{2+x}{3x}, \quad \square \quad \frac{1}{3} + 1, \quad \boxed{\times} \quad \frac{3+4x}{3x}, \quad \square \quad \frac{4+3x}{3x}, \quad \square \quad \frac{7}{3}, \quad \square \quad \frac{2+x}{3+x}.$$

Lösung 9:**(4+2+4=10 Punkte)**a) Nach der Potenzregel ist $(x^n)' = nx^{n-1}$, also ist

$$f'(x) = 2x - 2.$$

Dann ist die Steigung an der Stelle $x = -1$ der Wert der ersten Ableitung, also

$$m = f'(-1) = 2 \cdot (-1) - 2 = -4.$$

b) Es ist $\int_0^1 (2x + 1) dx = \left[x^2 + x \right]_0^1 = 1^2 + 1 - 0 = 2.$

Lösung 10:**(3+4+3=10 Punkte)**

a) Es gibt 3 Punkte auf den richtigen Funktionsterm. Die Parabel ist nach unten geöffnet, geht durch den Punkt $(0|4)$, d.h. sie ist um 4 nach oben verschoben und hat Nullstellen in $x_{1,2} = \pm 2$. Also

☐ $f(x) = x^2$, ☒ $f(x) = -x^2 + 4$, ☐ $f(x) = -x^2 + 2x + 4$, ☐ $f(x) = x^2 - 4$.

b) Es gilt

☐ $f(-4) = 20$, ☒ $f(-4) = -12$, ☐ $f(4) = 12$, ☒ $f(\frac{1}{2}) = \frac{15}{4}$.

c) Es gibt 3 Punkte auf den richtigen Funktionsterm. Die Exponentialfunktion verläuft durch den Punkt $(0|1)$ und hat nur positive Werte. Für große x -Werte nehmen die Funktionswerte ab, für kleine nehmen sie zu. Also

☐ $g(x) = e^x$, ☐ $g(x) = e^x - 1$, ☒ $g(x) = e^{-x}$, ☐ $g(x) = -e^x$.